

**MT-06**

June - Examination 2018

**B.A. / BSc. Pt. II Examination****Numerical Analysis & Vector Calculus****Paper - MT-06****Time : 3 Hours ]****[ Max. Marks :- 66**

**Note:** The question paper is divided into three sections A, B and C. Write answers as per the given instructions. Use of non-programmable scientific calculator is allowed in this paper.

**निर्देश :** प्रश्न पत्र तीन खण्डों 'अ', 'ब' और 'स' में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। इस प्रश्नपत्र में नॉन-प्रोग्रामेबल साइंटिफिक कैल्क्युलेटर के उपयोग की अनुमति है।

**Section - A****6 × 1 = 6**

(Very Short Answer Type Questions)

**Note:** Section 'A' contain six (06) Very Short Answer Type Questions. Examinees have a attempt all questions. Each question is of 01 mark and maximum word limit may be thirty words.

**खण्ड - 'अ'**

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

**निर्देश :** खण्ड 'अ' में छः (06) अतिलघुउत्तरात्मक प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को सभी प्रश्नों को हल करना है। प्रत्येक प्रश्न के 01 अंक है और अधिकतम शब्द सीमा तीस शब्द हैं।

- 1) (i) Write the value of  $\nabla [f(x) \cdot g(x)]$   
 $\nabla [f(x) \cdot g(x)]$  का मान लिखिए।
- (ii) Define Interpolating polynomial.  
 अन्तर्वेशी बहुपद को परिभाषित कीजिए।
- (iii) Define divided difference.  
 विभाजित अन्तर को परिभाषित कीजिए।
- (iv) Prove that सिद्ध कीजिए :  $2\mu\delta \equiv (E - E^{-1})$
- (v) Define scalar point function.  
 अदिश बिन्दु फलन को परिभाषित कीजिए।
- (vi) Define irrotational vector.  
 आघूर्णीय सदिश को परिभाषित कीजिए।

### Section - B

4 × 8 = 32

(Short Answer Type Questions)

**Note:** Section 'B' contain Eight Short Answer Type Questions. Examinees will have to answer any four (04) questions. Each question is of 08 marks. Examinees have to delimit each answer in maximum 200 words.

### (खण्ड - ब)

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

**निर्देश :** खण्ड 'ब' में आठ लघु उत्तर प्रकार के प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को किन्हीं भी चार (04) सवालों के जवाब देने हैं। प्रत्येक प्रश्न 08 अंकों का है। परीक्षार्थियों को अधिकतम 200 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने हैं।

2) Prove that सिद्ध कीजिए:

$$\left(\frac{\Delta^2}{E}\right)\left(\frac{e^x E e^x}{\Delta^2 e^x}\right) = e^x, h = 1$$

3) Find  $f(3.5)$  and  $f(4)$  from given data:

निम्न आकड़ों से  $f(3.5)$  एवं  $f(4)$  के मान ज्ञात कीजिए:

x	3	5	7	9	11
f(x)	6	24	58	108	174

4) Find  $y$  at  $x = 35$  using Stirling's formula from given table.

स्टर्लिंग सूत्र द्वारा निम्नलिखित सारणी से  $x = 35$  पर  $y$  का मान ज्ञात कीजिए:

x	20	30	40	50
$y = f(x)$	512	439	346	243

5) Using iteration method of inverse interpolation to find value of  $x$  for  $f(x) = 1.285$  from given table.

प्रतिलोम अन्तर्वेशन की पुनरावृत्ति विधि के प्रयोग द्वारा निम्नलिखित सारणी की सहायता से  $f(x) = 1.285$  के लिए  $x$  का मान ज्ञात कीजिए।

x	0.736	0.737	0.738	0.739	0.740	0.741
f(x)	1.2832974	1.2841023	1.2849085	1.2857159	1.2865247	1.2873348

6) Find value of integral  $\int_{0.2}^{1.4} (\sin x - \log_e x + e^x) dx$  using Simpsons 3/8 rule.

समाकल  $\int_{0.2}^{1.4} (\sin x - \log_e x + e^x) dx$  का मान सिम्पसन 3/8 नियम से ज्ञात कीजिए।

- 7) Using Euler's method solve following differential equation for  $x = 0.5$ . Given  $y = 1$  at  $x = 0$  (taking  $h = 0.1$ ).

आयलर की विधि का प्रयोग करते हुए  $x = 0.5$  पर निम्न अवकल समीकरण का हल ज्ञात कीजिए।

$$\frac{dy}{dx} = x^2 + y^2, \text{ जहाँ } y = 1 \text{ जब } x = 0 \text{ (} h = 0.1 \text{ लीजिए)}$$

- 8) Prove that (सिद्ध कीजिए):-

$$\nabla^2 \left( \frac{x}{r^3} \right) = 0 \text{ where (जहाँ) } \vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} \text{ and (तथा) } r = |\vec{r}|.$$

- 9) Find directional derivative of function  $\phi(x, y, z) = xy^2 + yz^2 + zx^2$  at point  $(1, 1, 1)$  in direction of tangent of curve  $x = t, y = t^2, z = t^3$  फलन  $\phi(x, y, z) = xy^2 + yz^2 + zx^2$  के बिन्दु  $(1, 1, 1)$  पर वक्र  $x = t, y = t^2, z = t^3$  की स्पर्श-रेखा की दिशा में दिक्अवकलज ज्ञात कीजिए।

### Section - C

2 × 14 = 28

(Long Answer Type Questions)

**Note:** Section 'C' contain 4 Long Answer Type Questions. Examinees will have to answer any two (02) questions. Each question is of 14 marks. Examinees have to delimit each answer in maximum 500 words.

### (खण्ड - स)

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

**निर्देश :** खण्ड 'स' में 4 निबन्धात्मक प्रश्न हैं। परीक्षार्थियों को किन्हीं भी दो (02) सवालों के जवाब देने हैं। प्रत्येक प्रश्न 14 अंकों का है। परीक्षार्थियों को अधिकतम 500 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने हैं।

10) (i) Prove that (सिद्ध कीजिए) :-

$$u_{x+n} = u_n + {}^x c_1 \Delta u_{n-1} + {}^{x+1} c_2 \Delta^2 u_{n-2} + {}^{x+2} c_3 \Delta^3 u_{n-3} + \dots$$

(ii) Find  $f(10)$  using Lagrange's formula from given table.

निम्न सारणी से  $f(10)$  का मान लंग्राज सूत्र द्वारा ज्ञात कीजिए।

x	5	6	9	11
f(x)	12	13	14	16

11) (i) Find value of  $\frac{dy}{dx}$  at  $x = 5$  from given data.

दिए गए आकड़ों से  $x = 5$  पर  $\frac{dy}{dx}$  का मान ज्ञात कीजिए।

x	0	2	3	4	7	9
y = f(x)	4	26	58	112	466	922

(ii) Find real root of equation  $x^3 - 3x - 5 = 0$  corrected upto 4 decimal place using Newton Rapson method.

न्यूटन रेफसन विधि द्वारा समीकरण  $x^3 - 3x - 5 = 0$  का वास्तविक मूल चार दशमलव स्थानों तक ज्ञात कीजिए।

12) (i) Solve system of equation by Gauss elimination method.

गॉस विलोपन विधि द्वारा निम्न समीकरण निकाय का हल ज्ञात कीजिए।

$$x + 2y + 3z = 1$$

$$2x + 3y + 2z = 2$$

$$3x + 3y + 4z = 1$$

(ii) If  $\vec{a} = \sin \theta \hat{i} + \cos \theta \hat{j} + \theta \hat{k}$ ,  $\vec{b} = \cos \theta \hat{i} - \sin \theta \hat{j} - 3\hat{k}$  and

$\vec{c} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$  then find value of  $\frac{d}{d\theta} [\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})]$  at  $\theta = 0$

यदि  $\vec{a} = \sin \theta \hat{i} + \cos \theta \hat{j} + \theta \hat{k}$ ,  $\vec{b} = \cos \theta \hat{i} - \sin \theta \hat{j} - 3\hat{k}$  और

$\vec{c} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$  हो, तो  $\frac{d}{d\theta} [\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})]$  का  $\theta = 0$  पर मान

ज्ञात कीजिए।

13) Verify Stoke's Theorem for vector function

$\vec{F} = (2x - y)\hat{i} - yz^2\hat{j} - y^2z\hat{k}$ . Where S is upper half surface of sphere  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  and C is its boundary.

सदिश फलन  $\vec{F} = (2x - y)\hat{i} - yz^2\hat{j} - y^2z\hat{k}$  के लिए स्टोक की प्रमेय का सत्यापन कीजिए, जहाँ S, गोले  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  का उपरी अर्धपृष्ठ है तथा C इसकी परीसीमा है।