

MT-01

December - Examination 2017

B.A./B.Sc. Pt. I Examination**Discrete Mathematics****Paper - MT-01****Time : 3 Hours]****[Max. Marks :- 67**

Note: The question paper is divided into three sections A, B and C. Use of non-programmable scientific calculator is allowed in this paper.

निर्देश : प्रश्न पत्र तीन खण्डों 'अ', 'ब' और 'स' में विभाजित है। इस प्रश्नपत्र में नॉन-प्रोग्रामेबल साइंटिफिक कैल्कुलेटर के उपयोग की अनुमति है।

Section - A **$7 \times 1 = 7$**

(Very Short Answer Type Questions)

Note: Section 'A' contain seven (07) Very Short Answer Type Questions. Examinees have a attempt all questions. Each question is of 01 mark and maximum word limit may be thirty words.

खण्ड - 'अ'

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : खण्ड 'ए' में सात (07) अतिलघुउत्तरात्मक प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को सभी प्रश्नों को हल करना है। प्रत्येक प्रश्न के 01 अंक हैं और अधिकतम शब्द सीमा तीस शब्द हैं।

- 1) (i) Define empty set with example.
अरिक्त समुच्चय को परिभाषित कीजिए व उसका उदाहरण दीजिए।
- (ii) Define Binary relation.
द्वि आधारी संबंध को परिभाषित कीजिए।
- (iii) Define Cyclic Sub group.
चक्रीय उपसमूह को परिभाषित कीजिए।
- (iv) In how many ways can 5 persons stand in a line?
5 व्यक्ति किसी कतार में कितने प्रकार से खड़े हो सकते हैं?
- (v) Define string.
डोरी को परिभाषित कीजिए।
- (vi) Define underlying graph.
अधःस्थ ग्राफ को परिभाषित कीजिए।
- (vii) Define complete binary tree.
पूर्ण द्विचर वृक्ष को परिभाषित कीजिए।

Section - B

$4 \times 8 = 32$

(Short Answer Type Questions)

Note: Section 'B' contain Eight Short Answer Type Questions. Examinees will have to answer any four (04) questions. Each question is of 08 marks. Examinees have to delimit each answer in maximum 200 words.

(खण्ड - ब)

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : खण्ड 'बी' में आठ लघु उत्तर प्रकार के प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को किन्हीं भी चार (04) सवालों के जवाब देने हैं। प्रत्येक प्रश्न 08 अंकों का है। परीक्षार्थियों को अधिकतम 200 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने हैं।

2) Prove that dual of poset is also poset.

सिद्ध कीजिए कि पोसेट का द्वेती भी पोसेट होता है।

3) If G is a set of ordered pairs (a, b) of real numbers a and b and a binary operation $*$ defined on G such that

$$(a, b) * (c, d) = (ac, bc + d)$$

then prove that $(G, *)$ is a group.

यदि G वास्तविक संख्याओं a, b के क्रमित युग्मों (a, b) का समुच्चय है तथा G में द्विआधारी संक्रिया निम्नप्रकार परिभाषित है:-

$$(a, b) * (c, d) = (ac, bc + d)$$

सिद्ध कीजिए कि $(G, *)$ समूह है।

4) Write a short note on finite state automata.

परिमित अवस्था आटोमेटा पर संक्षिप्त टिप्पणी लिखिए।

5) Write disjunctive normal form of function.

$$f(x_1, x_2, x_3) = [x_1 + (x_1^1 + x_2^1)^1] \cdot [x_1 + (x_2^1 \cdot x_3^1)]'$$

$$\text{फलन } f(x_1, x_2, x_3) = [x_1 + (x_1^1 + x_2^1)^1] \cdot [x_1 + (x_2^1 \cdot x_3^1)]'$$

का संयोजनीय प्रसामान्य रूप लिखिए।

6) Solve linear recurrence relation

रैखिक पुनरावृत्ति संबंध को हल कीजिए:

$$a_r - 6a_{r-1} + 9a_{r-2} = (r^2 + 1)3^r, r \geq ?$$

7) Prove that any edge 'e' in graph G is cut edge If and only if edge e is not include in any cycle of G.

सिद्ध कीजिए कि ग्राफ G में कोई कोर e एक काट कोर होती है यदि व केवल यदि e, G में उपस्थित किसी भी चक्र में विद्यमान नहीं है।

8) If G is a connected planer graph with n vertices, e edges and r fields then prove that $n - e + r = 2$.

यदि G एक सम्बद्ध समतलीय ग्राफ है, जिसमें n शीर्ष, e कोरें व r क्षेत्र हैं तब सिद्ध कीजिए कि $n - e + r = 2$.

9) Explain regular languages and regular expressions.

नियमित भाषा व नियमित व्यंजक को समझाइए।

Section - C

2 × 14 = 28

(Long Answer Type Questions)

Note: Section 'C' contain 4 Long Answer Type Questions. Examinees will have to answer any two (02) questions. Each question is of 14 marks. Examinees have to delimit each answer in maximum 500 words.

(खण्ड - स)

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : खण्ड 'सी' में 4 निबन्धात्मक प्रश्न हैं। परीक्षार्थियों को किन्हीं भी दो (02) सवालों के जवाब देने हैं। प्रत्येक प्रश्न 14 अंकों का है। परीक्षार्थियों को अधिकतम 500 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने हैं।

10) Prove that binary relation ' \leq ' is partial order relation on Boolean algebra $\langle B, +, \cdot, ', 0, 1 \rangle$

सिद्ध कीजिए बूलीय बीजगणित $\langle B, +, \cdot, ', 0, 1 \rangle$ में द्विआधारी सम्बन्ध " \leq " आंशिक क्रम सम्बन्ध है।

11) Draw a graph which is

- (i) Neither Euler graph nor Hamiltonian graph.
- (ii) Euler graph but not Hamiltonian graph.
- (iii) Hamiltonian graph but not Euler graph.
- (iv) Both Euler graph and Hamiltonian graph.

ऐसे ग्राफ का आरेखन कीजिए जो

- (i) न तो आयलर ग्राफ है और न ही हैमिल्टोनियन ग्राफ।
- (ii) आयलर ग्राफ है परंतु हैमिल्टोनियन ग्राफ नहीं।
- (iii) हैमिल्टोनियन ग्राफ है परंतु आयलर ग्राफ नहीं।
- (iv) आयलर ग्राफ व हैमिल्टोनियन ग्राफ दोनों हैं।

12) (i) Two dice are thrown together find the probability that number on first dice is less than or equal to number on second dice.

दो पासे एक साथ फेंके जाते हैं। प्रथम पासे पर द्वितीय पासे के बराबर अथवा उससे कम अंक आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

(ii) Find numeric function corresponding to generating function.

$$G(x) = \frac{1}{10 - 7x + x^2}$$

जनक फलन $G(x) = \frac{1}{10 - 7x + x^2}$ के संगत संख्याक फलन ज्ञात कीजिए।

- 13) (i) Prove that height of a binary tree with n vertices is between $\lceil \log_2(n+1) - 1 \rceil$ and $\frac{n-1}{2}$ where $\lceil m \rceil$ is defined as minimum integer greater than or equal to m .

सिद्ध कीजिए कि n शीर्षों पर द्विचर वृक्ष की ऊँचाई कम से कम $\lceil \log_2(n+1) - 1 \rceil$ तथा अधिक से अधिक $\frac{n-1}{2}$ होती है। जहाँ $\lceil m \rceil$ न्यूनतम पूर्णांक $\geq m$ ।

- (ii) For sets A, B and C. Prove that

समुच्चय A, B व C के लिए सिद्ध कीजिए कि

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$
