

MT-02

December - Examination 2019

B.A./B.Sc. Pt. I Examination**Calculus and Differential Equations****Paper - MT-02****Time : 3 Hours]****[Max. Marks :- 47**

Note: The question paper is divided into three sections A, B and C. Use of non-programmable scientific calculator is allowed in this paper.

निर्देश : यह प्रश्न पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। इस प्रश्नपत्र में नॉन-प्रोग्रामेबल साइंटिफिक कैल्कुलेटर के उपयोग की अनुमती हैं।

Section - A**7 × 1 = 7**

(Very Short Answer Type Questions)

Note: Section 'A' contain seven (07) Very Short Answer Type Questions. Examinees have to attempt all questions. Each question is of 01 marks and maximum word limit may be thirty words.

खण्ड - 'अ'

(अति लघु उत्तरात्मक प्रश्न)

निर्देश : प्रश्न पत्र तीन खण्डों ए, बी, और सी में विभाजित है। खण्ड 'ए' में सात (07) अतिलघुउत्तरात्मक प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को सभी प्रश्नों को हल करना है। प्रत्येक प्रश्न के 01 अंक हैं और अधिकतम शब्द सीमा तीस शब्द हैं।

- 1) (i) Write the formula of coordinates of centre of curvature for Cartesian curve.

कार्तीय वक्र के वक्रता केन्द्र के निर्देशांक का सूत्र लिखिये।

- (ii) Find first order partial derivative with respect to y of the function $u = e^{axyz}$.

फलन $u = e^{axyz}$ के y के सापेक्ष प्रथम आंशिक अवकलज ज्ञात कीजिए।

- (iii) Write the n^{th} term of the following series:

निम्न श्रेणी का n^{th} वाँ पद लिखिए।

$$\frac{1}{1.2.3} + \frac{3}{2.3.4} + \frac{5}{2.4.5} + \dots$$

- (iv) What is the order and degree of the following differential equation?

निम्न अवकल समीकरण की कोटि और घात क्या है?

$$x\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + x^2\left(\frac{dy}{dx}\right) - 3y = 0$$

- (v) Write the formula of rectification for parametric equations.

प्राचलिक समीकरणों के लिए चापकलन का सूत्र लिखिए।

- (vi) Write the relation between beta and gamma function.

बीटा व गामा फलन में सम्बन्ध लिखिए।

$$\frac{dy}{dx} + y \sec^2 x = \sec^2 x \tan x$$

- (vii) Write the formula of Rabbe's test.

राबे परीक्षण का सूत्र लिखिए।

Section - B**4 × 5 = 20**

(Short Answer Questions)

Note: Section 'B' contain Eight Short Answer Type Questions. Examinees have to answer any four (04) questions. Each question is of 05 marks. Examinees have to delimit each answer in maximum 200 words.

(खण्ड - ब)

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : खण्ड 'बी' में आठ लघु उत्तर प्रकार के प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को कीन्ही भी चार (04) सवालों के जवाब देना हैं। प्रत्येक प्रश्न 05 अंक का है। परीक्षार्थियों को अधिकतम 200 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने है।

2) Find remainder term of Lagrange's and Cauchy form after expansion to n terms of function $\frac{1}{(1+x)}$.

फलन $\frac{1}{(1+x)}$ के प्रसार में n पदों के पश्चात् लाग्रान्ज तथा कोशी शेष पद प्राप्त कीजिए।

3) Find pedal equation of curve $y^2 = 4a(x+a)$

वक्र $y^2 = 4a(x+a)$ का पदिक समीकरण ज्ञात कीजिये।

4) The width of a long rectangular paper is 1 meter. One corner of it was folded enough to reach another core of the paper. Find the minimum length of this type of sewage.

एक लम्बे आयताकार कागज की चौड़ाई 1 मीटर है। इसके एक कोने को इतना मोड़ा गया कि वह कागज के 1 कोर तक पहुँच जाये। इस प्रकार बनने वाले सिलवट की न्यूनतम लम्बाई ज्ञात कीजिये।

- 5) Find asymptotes of following curve:-
निम्न वक्र के अनन्तस्पर्शी ज्ञात कीजिए:-

$$x^3 + 2x^2y - xy^2 - 2y^3 + xy - y^2 = 1$$

- 6) Find the envelope of the circles that are drawn by assuming the polar lines of the curve $r^n = a^n \cos n\theta$ to be diameters.

उन वृत्तों का अन्वालोप ज्ञात कीजिये जो वक्र $r^n = a^n \cos n\theta$ की ध्रुवान्तर रेखाओं को व्यास मानकर खींचे गये हैं।

- 7) Show that length of curve $x^2(a^2 - x^2) = 8a^2y^2$ is $\pi a\sqrt{2}$

प्रदर्शित करिए कि वक्र $x^2(a^2 - x^2) = 8a^2y^2$ की लम्बाई $\pi a\sqrt{2}$ है।

- 8) Integrate $r \sin \theta$ over the area above the initial line of the cardioid $r = a(1 + \cos \theta)$.

हृदयाभ (कार्डिऑयड) $r = a(1 + \cos \theta)$ के प्रारम्भिक रेखा से ऊपर वाले क्षेत्र पर $r \sin \theta$ का समाकलन कीजिए।

- 9) Solve (हल कीजिये):-

$$\frac{dy}{dx} = \sin(x + y) + \cos(x + y)$$

Section - C

 $2 \times 10 = 20$

(Long Answer Questions)

Note: Section 'C' contain 4 Long Answer Type Questions. Examinees have to answer any two (02) questions. Each question is of 10 marks. Examinees have to delimit each answer in maximum 500 words.

(खण्ड - स)

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : खण्ड 'सी' में 4 निबन्धात्मक हैं। परीक्षार्थियों को कीन्ही भी दो (02) सवालों के जवाब देना हैं। प्रत्येक प्रश्न 10 अंकों का हैं, परीक्षार्थियों को अधिकतम 500 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने है।

10) Derive formula of radius of curvature at any point of curve in (i) Polar equation (ii) Pedal equation.

वक्र के किसी बिंदु पर वक्रता त्रिज्या के सूत्र को (i) ध्रुवीय समीकरण (ii) पदिक समीकरण के लिए व्युत्पन्न कीजिये।

11) (i) if $u = \log(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$ then prove that

यदि $u = \log(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$ तो सिद्ध कीजिये कि

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \right)^2 u = - \frac{9}{(x + y + z)^2}$$

(ii) Verify Euler's theorem for function $f(x, y) = \frac{x^{1/4} + y^{1/4}}{x^{1/5} + y^{1/5}}$.

फलन $f(x, y) = \frac{x^{1/4} + y^{1/4}}{x^{1/5} + y^{1/5}}$ के लिये आयलर के प्रमेय का

सत्यापन कीजिये ।

12) Trace the curve (वक्र का अनुरेखण कीजिए):-

(i) $x^3 + y^3 = 3axy$

(ii) $r^2 = a^2 \cos 2\theta$

13) (i) Find the volume of reel generated by revolving cycloid $x = a(\theta + \sin \theta)$, $y = a(1 - \cos \theta)$ about tangent at vertex.

साइक्लॉइड $x = a(\theta + \sin \theta)$, $y = a(1 - \cos \theta)$ को शीर्ष पर स्पर्श रेखा के सापेक्ष घुमाने से बनी रील का आयतन ज्ञात कीजिए।

(ii) Prove that (सिद्ध कीजिये कि):-

$$\beta(m, n) = \frac{\overline{m} \cdot \overline{n}}{\overline{m + n}}$$
